

Esempio: Dovendo investire € 1.500 si hanno le seguenti tre possibilità:

A	-€ 1.500,00						€ 2.000,00
	0	1	2	3	4	5	6
B	-€ 1.500,00			€ 950,00			€ 950,00
	0	1	2	3	4	5	6
C	-€ 1.500,00	€ 310,00	€ 310,00	€ 310,00	€ 310,00	€ 310,00	€ 310,00
	0	1	2	3	4	5	6

1. Confrontare con il criterio di attualizzazione ai tassi annui del 2% e del 5%
2. Confrontare con il criterio del tasso effettivo

Svolgimento.

Innanzitutto va impostato il calcolo dei valori attuali:

$$V_A(i) = -1500 + 2000 \cdot (1+i)^{-6}$$

$$V_B(i) = -1500 + 950 \cdot (1+i)^{-3} + 950 \cdot (1+i)^{-6}$$

$$V_C(i) = -1500 + 310 \cdot \frac{1-(1+i)^{-6}}{i}$$

Si procede ora al calcolo ed al confronto:

	V_A	V_B	V_C	Scelta
2%	€ 275,94	€ 238,78	€ 236,44	A
5%	-€ 7,57	€ 29,55	€ 73,46	C

Si evidenzia la soggettività del criterio che può produrre scelte diverse con tassi diversi.

Calcolo dei tassi effettivi:

$$A: -1500 + 2000 \cdot (1+i)^{-6} = 0 \Rightarrow i = \left(\frac{1500}{2000}\right)^{\frac{1}{6}} - 1 = 0,0491 = 4,91\%$$

$$B: \text{Si pone } (1+i)^{-3} = x \Rightarrow -1500 + 950x + 950x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = -1,85 \text{ non}$$

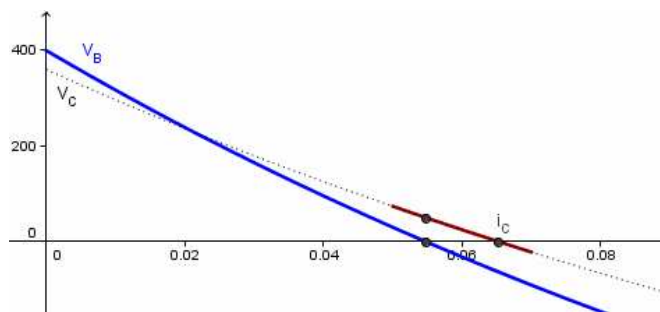
$$\text{accettabile; } x_2 = 0,85 \Rightarrow i = 0,85^{\frac{1}{3}} - 1 = 5,47\%$$

Fra A e B conviene B.

Non riuscendo a determinare il tasso effettivo di C si calcola $V_C(5,47\%) = 50,09$;

analizzando il grafico si deduce che

$i_C > 5,47\%$ per cui conviene l'investimento C.



Problemi di scelta ad effetti certi e differiti

Confronto fra

- Operazioni finanziarie
- Investimenti industriali

Operazione finanziaria: sequenza di importi nel tempo:

- Investimenti finanziari: oggi pago (investo) e riscuoto nel futuro
- Finanziamenti: oggi ricevo (per acquistare un bene) e restituisco nel futuro

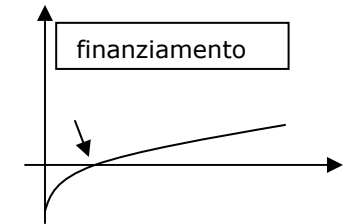
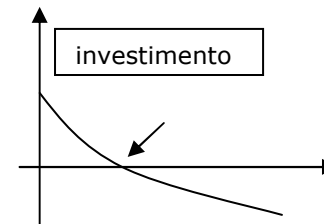
Criteri di confronto

1. **Attualizzazione.** Confronto dei Valori attuali, ovvero di tutti gli importi ricondotti al tempo 0 (oggi) \Rightarrow si sceglie l'operazione con il Valore Attuale più grande¹

Si tratta di un criterio soggettivo in quanto la scelta dipende dal tasso di sconto utilizzato per il calcolo del Valore Attuale: con tassi diversi si possono effettuare scelte diverse.

2. **Tasso effettivo.** Che cosa è il tasso effettivo?

1. Definizione finanziaria: tasso che rende finanziariamente equivalenti (ovvero uguali se confrontati allo stesso tempo) tutti gli importi
2. Come calcolarlo? Tasso che rende il Valore Attuale uguale a 0: $V(i)=0$
3. Graficamente: punto di incontro della funzione $V(i)$ con l'asse delle ascisse (i)



Quale operazione scegliere?

- Investimento: si sceglie quello con tasso effettivo maggiore (gli interessi vengono riscossi)
- Finanziamento: si sceglie quello con tasso effettivo minore (gli interessi vengono pagati)

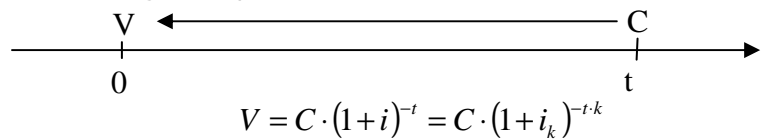
Il criterio è oggettivo, ovvero da sempre la stessa scelta.

¹ Questa impostazione vale indicando con il segno + gli importi da riscuotere e con il segno - quelli da pagare

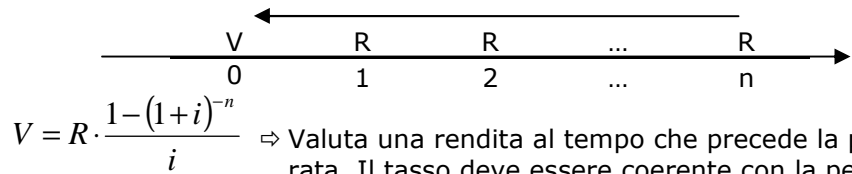
Un po' di ripasso di Matematica Finanziaria

Sconto composto

Sconto di un singolo importo:



Sconto di una rendita



⇒ Valuta una rendita al tempo che precede la prima rata. Il tasso deve essere coerente con la periodicità della rata.

Tassi: tipologie e tassi equivalenti

i ⇒ tasso annuo

i_k ⇒ tasso frazionato

i_2 ⇒ tasso semestrale

i_3 ⇒ tasso quadrimestrale

i_4 ⇒ tasso trimestrale

....

i_{12} ⇒ tasso mensile

Tassi equivalenti: producono lo stesso effetto (valore attuale o montante) se applicati allo stesso capitale nello stesso tempo.

Formule di conversione :

Partendo dalla formula di equivalenza: $1+i = (1+i_k)^k$ si ottiene:

da annuo a frazionato ⇒ $i_k = (1+i)^{\frac{1}{k}} - 1$

da frazionato a annuo ⇒ $i = (1+i_k)^k - 1$

Rappresentazione grafica della funzione $V(i)$

Esempio: un semplice investimento

$$\frac{-200}{0} \qquad \frac{280}{4}$$

$$V(i) = -200 + 280 \cdot (1+i)^{-4}$$

Dominio: $i \geq 0$

Intersezioni con gli assi cartesiani:

- $V(0) = 80$

-

$$V(i) = -200 + 280 \cdot (1+i)^{-4} = 0 \quad \Rightarrow \quad i = \left(\frac{200}{280}\right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0,07 = 7\%$$

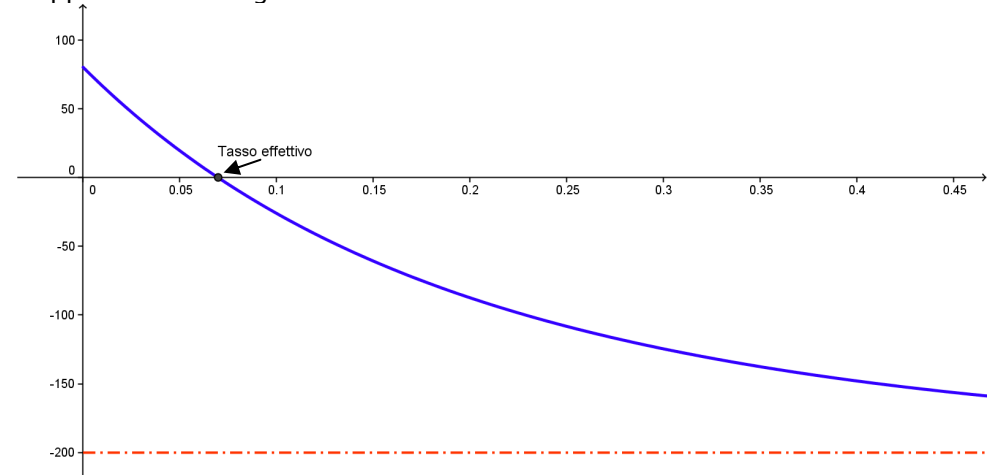
Comportamenti asintotici:

- $\lim_{i \rightarrow +\infty} V(i) = -200$ ⇒ asintoto orizzontale di equazione $y = -200$

Crescenza:

- $V'(i) = 280 \cdot (-4) \cdot (1+i)^{-5} < 0$ sempre; funzione decrescente

Rappresentazione grafica



L'andamento grafico studiato vale per ogni investimento.

Nel caso di finanziamento la funzione risulterà crescente, simmetrica della precedente rispetto all'asse delle ascisse.

