

$$d = \frac{i}{1+i}; i = \frac{d}{1-d}$$

Riepilogo Fattori di capitalizzazione e sconto (fattori moltiplicativi applicati al capitale per ottenere montante o valore attuale)	
Fattori di capitalizzazione	Fattori di sconto
Semplice: $(1+i \cdot t)$	Semplice: $\frac{1}{1+i \cdot t}$
Composto: $(1+i)^t$	Commerciale: $(1-i \cdot t)$
NB: Se si usa un tasso frazionato i_k il tempo va moltiplicato per k	Composto: $(1+i)^{-t}$

Legenda:	
C: capitale	S: Sconto
M: montante	i: tasso di interesse effettivo annuo
I: Interessi	i_k: tasso di interesse effettivo frazionato
V: Valore attuale	d: tasso di sconto annuo

Tassi di interesse

Equivalenza: due tassi di interesse si dicono equivalenti se producono lo stesso montante nello stesso tempo sullo stesso capitale

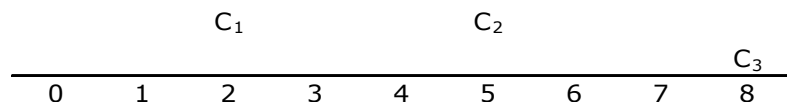
Formula per la conversione di tassi (legge composta):

$$1+i = (1+i_k)^k \text{ da cui: } i = (1+i_k)^k - 1 \text{ e } i_k = (1+i)^{1/k} - 1$$

Equivalenza finanziaria

Definizione: Confronto di importi riportati tutti allo stesso tempo.

Uso: serve a risolvere generici problemi finanziari in quanto permette il confronto di importi che stanno su tempi diversi



$$\text{Confronto al tempo 2: } C_1 + C_2 \cdot (1+i)^{-3} = C_3 \cdot (1+i)^{-6}$$

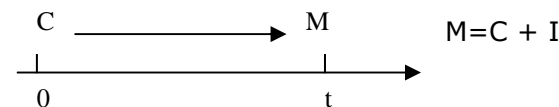
$$\text{Confronto al tempo 0: } C_1 \cdot (1+i)^{-2} + C_2 \cdot (1+i)^{-5} = C_3 \cdot (1+i)^{-8}$$

Scopo: Valutazione e confronto di importi che stanno in tempi diversi.
Spostamento di importi nel tempo.

Operazioni finanziarie

Capitalizzazione

Valutazione di una somma nel futuro: *Spostamento in avanti*



Gli interessi vanno calcolati con un tasso di interesse i che può essere espresso in formato unitario o percentuale; esempio $i=0,08$ o $i=8\%$: su ogni 100 euro ne vanno aggiunti 8.

Il tasso può essere annuo (i) o frazionato (i_k), ovvero riferito a periodi più brevi dell'anno:

- $i_2 \Rightarrow$ tasso semestrale
- $i_3 \Rightarrow$ tasso quadrimestrale
- $i_4 \Rightarrow$ tasso trimestrale
- $i_6 \Rightarrow$ tasso bimestrale
- $i_{12} \Rightarrow$ tasso mensile

Leggi di capitalizzazione

Capitalizzazione semplice

Ipotesi: *Interessi proporzionali al tasso ed al tempo*

$I = C \cdot i \cdot t$ dove il tempo t esprime gli anni

$$M = C + I = C + C \cdot i \cdot t$$

$$M = C \cdot (1 + i \cdot t)$$

con un tasso frazionato si avrà: $M = C \cdot (1 + i_k \cdot t \cdot k)$

Capitalizzazione composta

Ipotesi: *Capitalizzazione degli interessi alla fine di ogni periodo*

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$

con un tasso frazionato si avrà: $M = C \cdot (1 + i_k)^{t \cdot k}$

$$I = M - C = C \cdot (1+i)^t - C$$

$$I = C \cdot \left[(1+i)^t - 1 \right]$$

Confronti:

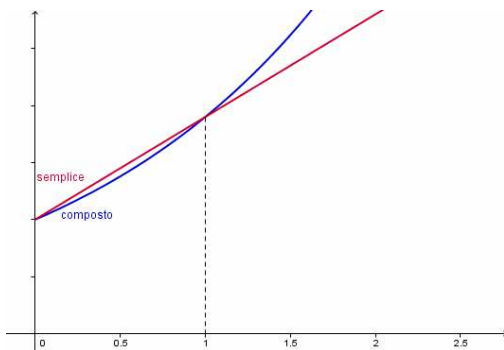
Legge semplice: fornisce un montante inferiore ad eccezione di tempi inferiori al primo periodo
Non scindibile¹

Legge composta: fornisce un montante superiore ad eccezione di tempi inferiori al primo periodo
Scindibile

Confronto grafico

Semplice: retta crescente, con coefficiente angolare $Ci > 0$

Composta: esponenziale crescente con base $(1+i) > 1$



Capitalizzazione mista

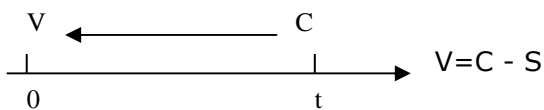
Ipotesi: Capitalizzazione composta per la parte intera del tempo, semplice per la restante frazionaria

$$t = n + f$$

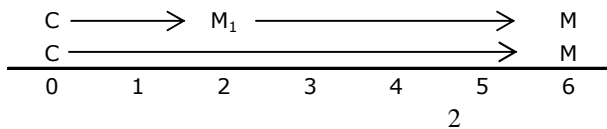
$$M = C \cdot (1+i)^n (1+i \cdot f)$$

Attualizzazione o sconto

Valutazione di una somma in una data anteriore alla scadenza:
Spostamento all'indietro



¹ Un'operazione finanziaria si dice scindibile se può essere frammentata nel tempo ottenendo lo stesso risultato



Leggi di sconto

Sconto razionale (o semplice)

Ipotesi: Operazione inversa della Capitalizzazione semplice

$$V = \frac{C}{1+i \cdot t}$$

$$S = C - V = C - \frac{C}{1+i \cdot t} =$$

$$S = C \cdot \left[1 - \frac{1}{1+i \cdot t} \right] = C \cdot \frac{i \cdot t}{1+i \cdot t} = V \cdot i \cdot t$$

Relazione fra tasso di interesse e tasso di sconto²:

$$d = \frac{i}{1+i}; i = \frac{d}{1-d}$$

Sconto commerciale

Ipotesi: Sconto proporzionale al tasso ed al tempo

$$S = C \cdot i \cdot t$$

$$V = C - S = C - C \cdot i \cdot t =$$

$$V = C \cdot (1 - i \cdot t)$$

Relazione fra tasso di interesse e tasso di sconto:

$$d = i$$

Particolarità: applicabile solo per tempi $t < \frac{1}{i}$

Sconto composto

Ipotesi: Operazione inversa della Capitalizzazione composta

$$V = C \cdot (1+i)^{-t}$$

$$S = C - V = C - C \cdot (1+i)^{-t} =$$

$$S = C \cdot \left[1 - (1+i)^{-t} \right]$$

Relazione fra tasso di interesse e tasso di sconto:

² Sconto applicato su ogni euro di Capitale per ogni anno.