Modo 1. Vista la posizione dei punti, due dei quali sono allineati rispetto l'asse x, si può facilmente calcolare il circocentro:

Asse di BD: $M_{BD}(5;1)$; equazione asse: x=5

Asse di AB: $M_{AB}\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$; $m_{AB}=-1$; equazione asse: $y-\frac{5}{2}=1\cdot\left(x-\frac{3}{2}\right)$

⇨ $y=x+1$

Centro: $C\Rightarrow\begin{cases}x=5\\y=x+1\end{cases}\Rightarrow C(5;6)$

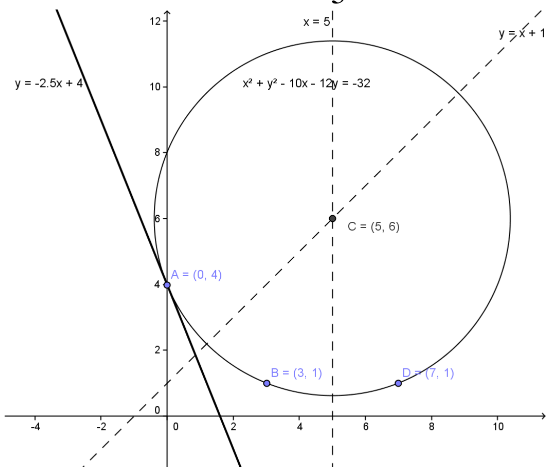
Ora si può procedere in due modi diversi (vedi problema 1); il più veloce è il

sistema: $\begin{cases}-\frac{a}{2}=5\\-\frac{b}{2}=6\\16+4b+c=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-10\\b=-12\\c=32\end{cases}$

Modo 2. Sistema fra le condizioni di passaggio fra i 3 punti:

$$\begin{cases}16+4b+c=0\\1+9+3a+b+c=0\\49+1+7a+b+c=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-10\\b=-12\\c=32\end{cases}$$

Punto b. Si calcola $m_{AC}=\frac{2}{5}$; tangente: $y-4=-\frac{5}{2}x\Rightarrow y=-\frac{5}{2}x+4$



RAPPRESENTARE GRAFICAMENTE E CON CHIAREZZA OGNI PROBLEMA SVOLTO

1) Problema 1
   a) Calcolare l'equazione della circonferenza di diametro AB, dove A(-2;1), B(4;-1).
   b) Calcolare le equazioni delle rette tangenti alla circonferenza **perpendicolari** al diametro AB.

Punto a

Il Centro è il punto medio di AB, dunque C(1;0).

Si può procedere in due modi diversi:

Modo 1. Soluzione del sistema fra le coordinate del centro ed il passaggio per un punto (A, per esempio): $\begin{cases}-\frac{a}{2}=1\\-\frac{b}{2}=0\\4+1-2a+b+c=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-2\\b=0\\c=-9\end{cases}$

Modo 2. Si calcola i raggio $r=AC=\sqrt{10}$ e si sviluppa la forma canonica $(x-1)^2+y^2=10\Rightarrow x^2+y^2-2x-9=0$

Punto b

Si calcola innanzitutto $m_{AB}=-\frac{1}{3}$; si può procedere in due modi diversi:

Modo 1. Fascio improprio di rette perpendicolari ad AB:

$y=3x+q\Rightarrow 3x-y+q=0$; distanza fascio-Centro=raggio

$$d=\frac{|3+q|}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}\Rightarrow(3+q)^2=10\Rightarrow q^2+6q-91=0\Rightarrow q_{1,2}=-3\pm\sqrt{9+91}$$

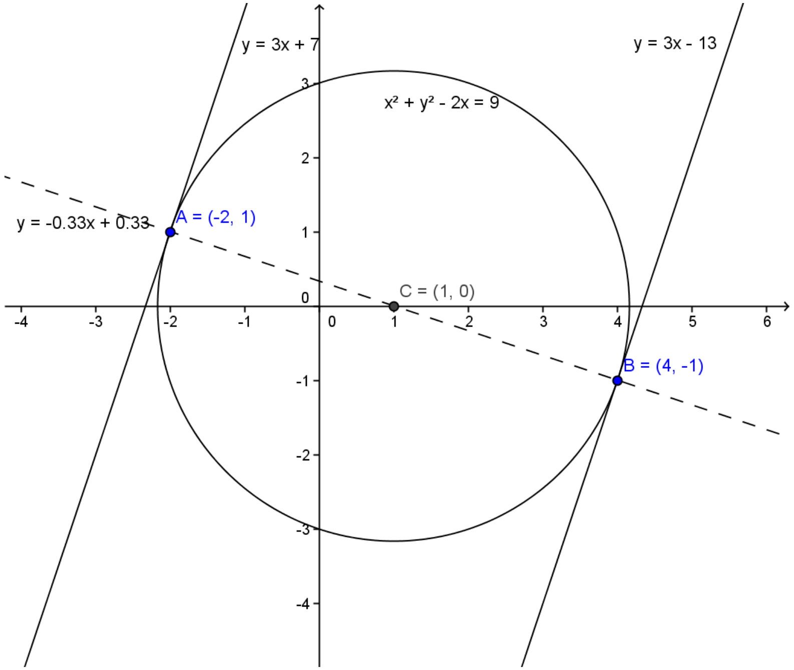
retta 1: $y=3x-13$; retta 2: $y=3x+7$

Modo 2. Le tangenti richieste, perpendicolari al diametro AB, passano dunque per i punti A e B.

Tangente per A: $y-1=3(x+2)$ ⇨ $y=3x+7$;

Tangente per B: $y+1=3(x-4)$ ⇨ $y=3x-13$

Vedi rappresentazione grafica nella pagina seguente



2) Problema 2
   a) Data la circonferenza di equazione $x^2+y^2-6x+2y=0$ calcolare le equazioni delle rette tangenti condotte dal punto esterno P(3;9)
   b) Verificare che tali tangenti incontrano la circonferenza nei suoi punti O e A, intersezioni con l'asse x
   c) Calcolare l'area del quadrilatero POCA.

Punto a

Si calcolano innanzitutto C(3;-1) e $r=\sqrt{10}$.

Fascio proprio per P: $y-9=m(x-3)\Rightarrow mx-y-3m+9=0$

Distanza fascio-Centro=raggio: $d=\dfrac{|3m+1-3m+9|}{\sqrt{m^2+1}}=\sqrt{10}$

$100=10(m^2+1)\Rightarrow m^2=9\Rightarrow m=\pm 3$

Retta 1: $y=3x$; retta 2: $y=-3x+18$

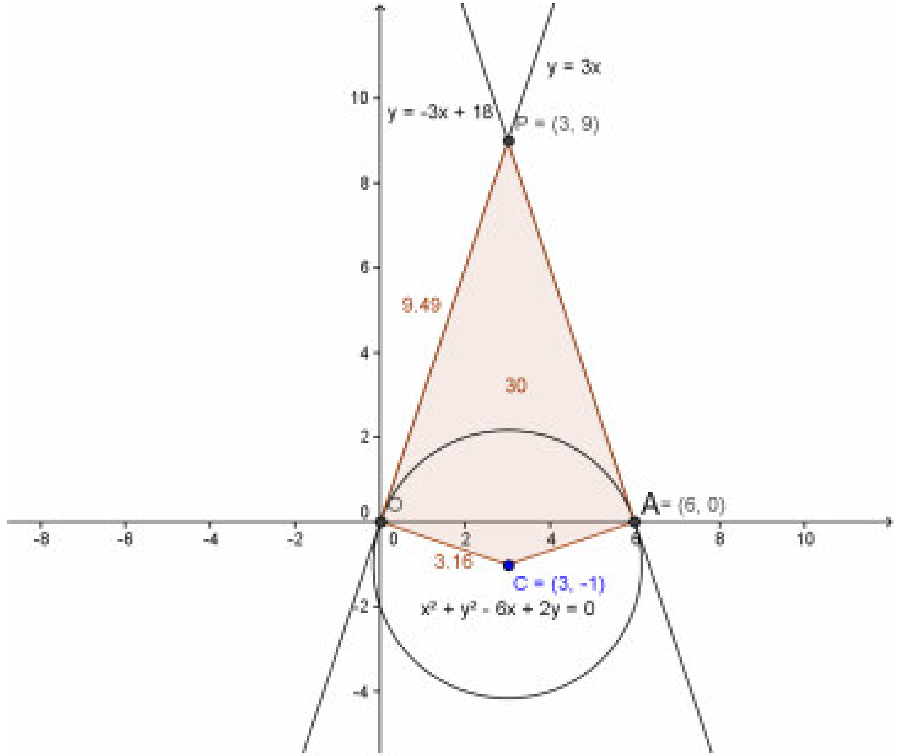
Punto b: Conviene calcolare le intersezioni della circonferenza con l'asse x:

$$\begin{cases} x^2+y^2-6x+2y=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow x_1=0; x_2=6 \Rightarrow O(0;0)-A(6;0)$$

La retta 1 passa per O (manca il termine noto); la retta 2 passa per B in quanto le coordinate di B verificano l'equazione: $0=-3\cdot 6+18$.

Punto c: il quadrilatero è formato da due triangoli rettangoli identici: si calcola dunque il cateto $PO=\sqrt{90}$; l'altro cateto è il raggio, per cui

Area POCA= $\dfrac{\sqrt{90}\cdot\sqrt{10}}{2}\cdot 2=30$



3) Problema 3
   a) Calcolare l'equazione della circonferenza passante per i punti A(0;4), B(3;1) e D(7;1).
   b) Calcolare le equazioni della retta tangente condotta dal punto A.